

**LCF0510 - Inventário Florestal**

**Exame Parcial 3 — 20/12/2021**

**Estudante: Stephany Gisele de Oliveira Rodrigues (10319028)**

**Questões - Floresta de Eucalipto**

Considere as informações sobre o inventário florestal da floresta plantada de eucalipto (ambas planilhas).

**1. (1,0) Considerando que a alocação das parcelas no campo segue a amostragem aleatória simples, para cada um dos atributos apresentados pelas parcelas de inventário, encontre a estimativa média com o respectivo erro amostral (coeficiente de confiança de 95%).**

Considerando as informações dadas e o conjunto de dados específico disponibilizado, seguiu-se os seguintes passos para a resolução do problema:

1. Para se obter a estimativa média para cada atributo, com seu respectivo erro amostral, primeiramente é necessário saber o qual é o tamanho de amostra e o Número de parcelas, posteriormente sendo calculado o valor de t. Assim, para esse exercício temos:

$$\text{Tamanho amostra (n)} = 40$$

$$\text{Número de parcelas (N)} = \text{Infinito}$$

$$t(0,975,40-1) = 2,02$$

2. Com os valores apresentadas acima, foram calculadas para todos os atributos as seguintes variáveis:

- a. Média =  $mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n yi$

- b. Variância =  $Var = \frac{1}{n-1} \sum_{n=1}^n (yi - mu)^2$

- c. Correção para população finita =  $1-n/N$

- d. Variância média =  $Var(mu) = \frac{Var}{n}$

- e. Erro amostral =  $t * \sqrt{Var(mu)}$

Com a aplicação dos cálculos descritos, os valores obtidos foram organizados na tabela 1.

Tabela 1. Valores calculados para cada atributo.

	n.fuste (1/ha)	g (m <sup>2</sup> /ha)	vol (m <sup>3</sup> /ha)	dap.m (cm)	h.m (m)	h.dom (m)	dap.mq (cm)
Média (mu) =	1604,81	23,91	223,73	15,26	21,55	23,00	13,77
Variância (Var) =	38188,83	22,41	7768,05	6,07	26,53	39,31	2,06
Correção para população finita =	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Var média (Var(um)) =	954,72	0,56	194,20	0,15	0,66	0,98	0,05
Erro amostral =	62,50	1,51	28,19	0,79	1,65	2,01	0,46

Com isso temos que a estimativa média com o respectivo erro amostral obtidas foram ( $\mu \pm$  Erro amostral):

- n.fuste (1/ha):  $1604,81 \pm 62,50$
- g (m<sup>2</sup>/ha):  $23,91 \pm 1,51$
- vol (m<sup>3</sup>/ha):  $223,73 \pm 28,19$
- dap.m (cm):  $15,26 \pm 0,79$
- h.m (m):  $21,55 \pm 1,65$
- h.dom (m):  $23,00 \pm 2,01$
- dap.mq (cm):  $13,77 \pm 0,46$

## 2. (1,0) Encontre o tamanho de amostra para erro amostral de 5% (coeficiente de confiança de 95%) para o atributo da produção volumétrica de madeira.

Para o cálculo do tamanho de amostra nesse caso, utilizou-se a expressão para o tamanho da amostra quando a correção para população finita é desprezível, apresentada a seguir:

$$n^* = (V\%^2 t^2) / E\%^2$$

onde: E% - erro desejável em porcentagem; t - estatística de Student para n-1 graus de liberdade  
V% - coeficiente de variação; n\* - tamanho da amostra para erro amostral igual a E5.

Assim, foram seguidos os seguintes passos para resolução dessa questão:

1. Cálculo do coeficiente de variação (V%): observando as variáveis necessárias para aplicação da equação, percebe-se que a única variável que ainda não foi obtida é o coeficiente de variação que será calculado pela seguinte fórmula:

$$V\% = \frac{\sqrt{\text{Var}}}{\mu} * 100$$

Assim como calculado na questão anterior, para a produção volumétrica de madeira (vol) temos que:

$$\mu (\text{vol}) = 223,73 \text{ m}^3/\text{ha}$$

$$\text{Var} (\text{vol}) = 7768,05 \text{ m}^3/\text{ha}$$

$$V\% = \frac{\sqrt{7768,05}}{223,73} * 100 \quad \Rightarrow \quad V\% = 39,394$$

2. Cálculo do tamanho de amostra: tendo as variáveis necessárias é aplicado a fórmula descrita anteriormente. Com isso, temos:

$$V\% = 39,394$$

$$t (0,975,40-1) = 2,02$$

$$E\% = 5$$

$$n^* = (39,394^2 * 2,02^2) / 5^2 \quad \Rightarrow \quad n^* = 254$$

Com o tamanho de amostra calculado é necessário fazer o processo de iteração, recalculando a estatística t e o tamanho de amostra até o momento que esse cálculo resulta nos mesmos resultados, assim temos:

Iteração	t	n*
1	2,02	254
2	1,97	241
3	1,97	241
4	1,97	241

Portanto, temos que o tamanho de amostra aleatória simples para erro amostral de 5%, para o atributo da produção volumétrica de madeira é de 241.

**3. (1,0) Com base nas informações sobre os talhões, realize uma estratificação da floresta, definindo os estratos, os talhões a que pertence cada estrato e a área total de cada estrato.**

Entre os fatores apresentados, a idade é um dos que mais influenciam o volume de madeira que seria obtido, já que quanto mais jovem os indivíduo menos volume terá. Com isso, é importante levar esse critério em consideração para se realizar a estratificação.

O material genético utilizado em cada talhão também tem influência sobre a produção de madeira que será obtida, sendo assim, realizar essa estratificação possibilita a realização de cálculos mais confiáveis do volume total de madeira que será obtido.

Outro fator de grande influência é se o manejo é de reforma/plantio, ou se é condução de brotação, pois também tem influência no volume expresso pela floresta que está sendo estudada, o que torna interessante realizar essa estratificação.

Levando em consideração esses 3 fatores combinados, realizou-se a estratificação, resultando em 3 estratos:

- 1º estrato: nesse estrato foram agrupados os talhões com idade inferior a 4 anos, com *E. grandis* e em reforma;
- 2º estrato: foram agrupados os talhões com idade inferior a 4 anos, com material genético de *E. grandis* x *E. urophylla* e em reforma;
- 3º estrato: foram agrupados os talhões com idade superior a 4 anos, com material genético de *E. grandis* e em condução da brotação

Com isso, montou-se a tabela 2, onde são apresentados os talhões a que pertence cada estrato e a área total de cada estrato.

Tabela 2. Talhões separados por estratos

Estrato	talhão	idade	área (ha)	rotação	espaçamento	espécie	manejo	tipo/plantio
<b>1</b>	<b>Área total =</b>		<b>108,13</b>					
	11	3,334247	26,06	1	330X180	<i>E. grandis</i>	REFORMA	clonal
	30	2,761644	44,7	1	330x220	<i>E. grandis</i>	REFORMA	clonal
	31	2,756164	26,34	1	330x220	<i>E. grandis</i>	REFORMA	clonal
	32	2,805479	11,03	1	330x220	<i>E. grandis</i>	REFORMA	clonal
<b>2</b>	<b>Área total =</b>		<b>212,84</b>					
	12	3,323288	22,41	1	330X180	<i>E. grandis</i> x <i>E. urophylla</i>	REFORMA	clonal
	13	3,328767	31,05	1	330X180	<i>E. grandis</i> x <i>E. urophylla</i>	REFORMA	clonal
	26	3,350685	27,87	1	330X180	<i>E. grandis</i> x <i>E. urophylla</i>	REFORMA	clonal
	28	3,145205	51,42	1	330X180	<i>E. grandis</i> x <i>E. urophylla</i>	REFORMA	clonal

	29	3,106849	80,09	1	330X180	E. grandis x E. urophylla	REFORMA	clonal
<b>3</b>	<b>Área total =</b>		<b>244,82</b>					
	15	6,041096	23,4	2	300x200	E. grandis	CONDUÇÃO	clonal
	16	6,183562	28,05	2	300x200	E. grandis	CONDUÇÃO	clonal
	17	6,186301	36,55	2	300x200	E. grandis	CONDUÇÃO	clonal
	18	6,230137	54,47	2	300x200	E. grandis	CONDUÇÃO	clonal
	19	6,178082	46,87	2	300x200	E. grandis	CONDUÇÃO	clonal
	27	5,852055	55,48	2	300x180	E. grandis	CONDUÇÃO	seminal

**4. (1,0) Aplique a estratificação realizada no item anterior e encontre a estimativa da produção volumétrica de madeira (com respectivo erro amostral com 95% de confiança) segundo a amostragem estratificada.**

Para o cálculo da estimativa da produção volumétrica de madeira por meio da estratificação, foram realizados primeiramente cálculos específicos para cada estrato, posteriormente para a floresta como um todo e por meio desses cálculos foi realizado o cálculo da estimativa de produção volumétrica.

Para o cálculo das médias, variâncias, variância da média para cada estrato, foram aplicadas as mesmas fórmulas descritas anteriormente, porém com relação às parcelas específicas de cada estrato.

Outras variáveis foram calculadas, por meio das seguintes fórmulas:

- $N_h = n_h / (\text{Área floresta} / 10000)$
- $\text{Tau}_h = \mu_h / N_h$
- $\text{Var}(\text{Tau}_h) = \text{Var}(\mu_h) / N_h^2$

ESTRATO		1	2	3
Área	ha	108,13	212,84	244,82
Tamanho da amostra	$n_h$	9,00	16,00	15,00
Tamanho do Estrato	$N_h$	1911,13	3761,82	4327,05
Média	$\mu_h$	140,32	170,82	330,21
Variância	$s_h^2$	276,40	131,00	1521,44

Correção para População Finita	$(1 - n/N)$	1,00	1,00	1,00
Variância da Média	$\text{Var}(\mu_h)$	30,57	8,15	101,08
Total do Estrato	$\tau_h$	268176,16	642595,65	1428843,27
Variância do Total	$\text{Var}(\tau_h)$	111643338,54	115372928,34	1892514322,32

**Estimação do total da floresta:** Valores obtidos por meio da soma dos resultados obtidos por estrato

Área	ha	565,79
Tamanho da Floresta	N	10000
Total da Floresta	$\tau$	2339615,086
Variância do total	$\text{Var}(\tau)$	2119530589

**Estimativa da produção volumétrica de madeira**

Média	$\mu$	233,9615086	$\tau/N$
Variância da Média	$\text{Var}(\mu)$	21,19530589	$\text{Var}(\mu)/N^2$
Tamanho Efetivo de Amostra	$n^*$	40	Orientação para usar este valor
Estatística t	t	2,02	
Erro Amostral	E.A.	9,312137269	$\text{m}^3/\text{ha}$
Erro Amostral %		0,039802006	

Com isso temos que a estimativa média com o respectivo erro amostral ( $\mu \pm$  Erro amostral) obtidas para a produção volumétrica de madeira foi de vol ( $\text{m}^3/\text{ha}$ ):  $233,961 \pm 9,312$

**5. (1,0) Compare os resultados de estimativa e de erro amostral da produção volumétrica da madeira segundo a amostragem aleatória simples (questão 1) e segundo a amostragem estratificada (questão 4.). Explique os resultados encontrados.**

Os resultados obtidos foram:

- Amostragem aleatória simples: vol (m<sup>3</sup>/ha): 223,73 ± 28,19
- Amostragem estratificada: vol (m<sup>3</sup>/ha): 233,961 ± 9,312

Sendo assim, para o conjunto de dados trabalhados e com os resultados obtidos até aqui, percebe-se que a amostragem estratificada é a indicada a ser utilizada, já que apresentou um erro amostral menor do que o obtido com a amostragem aleatória simples. Isso pode ser explicado, pois ao serem separadas as amostras em estratos, os dados semelhantes são tratados em conjunto entre si, e as variações entre os estratos são atribuídos a pesos diferentes. Com isso, se diminui o viés que as amostras possam provocar nos cálculos, diminuindo o erro amostral.

### Questões - **Inventário Urbano do Bairro Jardins, Cidade de São Paulo**

Considere as informações do inventário urbano do bairro Jardins.

**6. (1,0) Ignorando o tipo de quadra, encontre a estimativa do número total de árvores de vias públicas no bairro (com respectivo erro amostral com coeficiente confiança de 95%), segundo a amostragem aleatória simples.**

Com os dados disponibilizados temos os valores do tamanho de amostra (n) e número de parcelas, com isso podemos calcular a estatística t e a correção para população finita, obtendo os seguintes dados:

- Tamanho amostra (n) = 100
- Número de parcelas (N) = 415
- $t(0,975,100-1) = 1,98$
- Correção para população finita  $(1-n/N) = 0,76$

Com os dados iniciais calculados e com os valores disponibilizado, foram calculadas para todos os atributos as seguintes variáveis:

$$f. \text{ Média} = \mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

$$g. \text{ Variância} = \text{Var} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^2$$

$$h. \text{ Variância média} = \text{Var}(\mu) = \frac{\text{Var}}{n}$$

$$i. \text{ Total populacional} = T = \mu * N$$

$$j. \text{ Erro amostral} = t * \sqrt{T}$$

Com a aplicação dos cálculos descritos, os valores obtidos foram organizados na tabela 3.

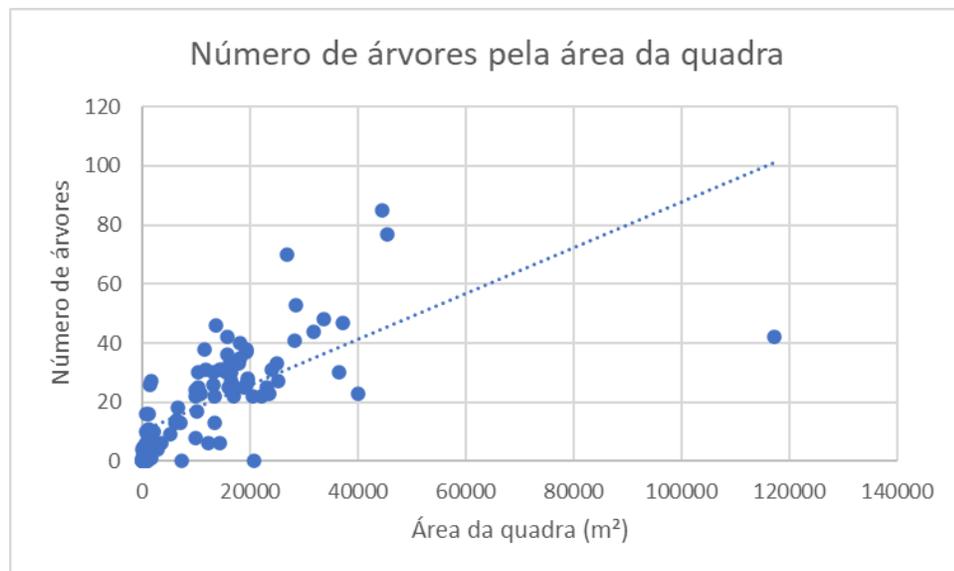
Tabela 3. Variáveis calculadas.

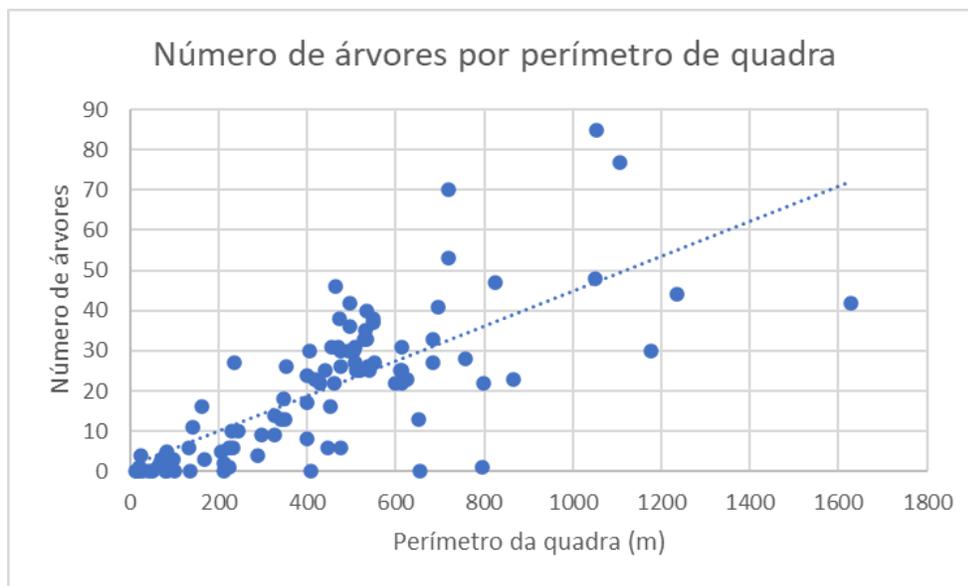
Variáveis calculadas	n.árvores
Média ( $\mu$ ) =	20
Variância (Var.T) =	309
Var média (Var( $\mu$ )) =	2
Total populacional (T) =	8433
Erro amostral =	182

Com isso, temos que a estimativa do número total de árvores de vias públicas no bairro e o erro amostral é de  $n.\text{árvores} = 8433 \pm 182$ .

**7. (1,0) Ignore novamente o tipo de quadra. Se você fosse utilizar uma medida auxiliar para estimar o número total de árvores de vias públicas no bairro, qual você utilizaria: a área da quadra ou o perímetro da quadra? Qual estimador você utilizaria? Justifique detalhadamente sua resposta.**

Com objetivo de analisar qual seria o melhor estimador, montou-se os gráficos 1 e 2, onde os valores obtidos de área e perímetro em relação ao número de árvores é representado.





Como pode ser observado nos gráficos, a linha de tendência no gráfico de área não passa pela origem, o que sugere que Y não tem relação dependente com X, ou seja, o estimador de regressão seria o mais indicado nesse caso. Já no gráfico relativo ao perímetro, percebe-se uma ligação proporcional entre X e Y, além de que a linha de tendência passa pela origem, ou seja, o estimador mais indicado nesse caso seria o de razão.

Com base nisso, para se estimar o número de árvores na quadra, o mais indicado seria utilizar um fator que apresente relação proporcional com o número de árvores, facilitando essa estimativa. Com isso, para esse caso o mais indicado seria utilizar o perímetro, por meio da aplicação do estimador de razão.

**8. (1,0) Aplique a variável auxiliar e o estimador segundo a sua resposta da questão anterior para obter a estimativa do número total de árvores de vias públicas no bairro, com respectivo erro amostral (coeficiente de confiança de 95%).**

Como indicado na questão anterior, serão utilizados os dados disponibilizados de perímetro, aplicando o estimador de razão. Com isso temos:

- Tamanho amostra (n) = 100
- Número de parcelas (N) = 415
- Média do perímetro ( $\mu_x$ ) = 436,349 m
- Média do número árvores ( $\mu_y$ ) = 20,32

Com os dados organizados, o primeiro passo, é realizar o cálculo do estimador de razão (R) obtido por meio da divisão do  $\mu_x$  por  $\mu_y$

$$R = \mu_x / \mu_y = 436,349 / 20,32 = 21,003 \text{ arv/m}$$

Em seguida foi realizado o cálculo da Variância (Var)

$$\text{Var} = 62125$$

Por fim, calcula-se os fatores necessários para o cálculo da variância do estimador de razão (Var R). Temos:

- $t(0,975,100-1) = 1,98$
- Correção para população finita  $(1-n/N) = 0,76$
- $\text{Var R} = 0,0025$

Densidade de Arborização = Número de árvores por metro

R =	0,057344
Erro Amostrai	0,005656
Erro Amostrai %	10

Portanto, temos que estimativa do número total de árvores de vias públicas no bairro e erro amostral é de n.árvores =  $436,349 \pm 0,0056$