

# LCF0510 Inventário Florestal

## Exame 3 | 20/12/2021

Estudante: Lucas Gonçalves Ferreira (10268620)

### Floresta de Eucalipto

Considere as informações sobre o inventário florestal da floresta plantada de eucalipto (ambas planilhas).

1. (1,0) Considerando que a alocação das parcelas no campo segue a amostragem aleatória simples, para cada um dos atributos apresentados pelas parcelas de inventário, encontre a estimativa média com o respectivo erro amostral (coeficiente de confiança de 95%).

Na Tabela 1, abaixo, encontram-se reunidos as médias estimadas para cada atributo e seus respectivos erros amostrais, com coeficiente de confiança de 95%.

Para o cálculo do intervalo de confiança, primeiro foi obtida a variância da média,  $\text{Var}(\mu)$ , dividindo-se a média pelo número de observações, e sua raiz quadrada resultou no erro padrão da média,  $\text{EP}(\mu)$ . Com a estatística t-student para coeficiente de confiança de 95% e amostra (n) de 40, foi calculado o intervalo de confiança dividindo-se a raiz quadrada da variância da média pela estatística t. Já em termos percentuais, deve-se ainda dividir pela média e multiplicar por cem, conforme o cálculo:

$$IC(95\%)\% = \frac{t \times \text{EP}(\mu)}{\mu} \times 100$$

Usando o mesmo procedimento para todas as variáveis, tem-se a Tabela 1, abaixo.

	Nº Fuste	Área Basal (m <sup>2</sup> /ha)	Vol. (m <sup>3</sup> /ha)	DAP (cm)	h (m)	h dom (m)	DAP mq (cm)
Média	1605,36	24,62	240,45	15,90	22,38	24,12	13,99
Variância	45066,05	22,73	8063,02	6,53	27,79	40,94	2,08
n. observações	40	40	40	40	40	40	40
Var. da Média	1126,65	0,57	201,58	0,16	0,69	1,02	0,05
EP da Média	33,57	0,75	14,20	0,40	0,83	1,01	0,23
t(0,95,n-1)	2,02	2,02	2,02	2,02	2,02	2,02	2,02
Erro Amostral	67,89	1,52	28,72	0,82	1,69	2,05	0,46
Erro Amostral (%)	4,23	6,19	11,94	5,14	7,53	8,48	3,30

2. (1,0) Encontre o tamanho de amostra para erro amostral de 5% (coeficiente de confiança de 95%) para o atributo da produção volumétrica de madeira.

Para encontrar o tamanho de amostra para erro amostral de 5% foi calculado o coeficiente de variação (V%) dividindo-se a raiz quadrada da variância (S<sup>2</sup>) pela média e multiplicando por cem, para obter o valor percentual.

Com a estatística t-student previamente calculada e definindo erro desejado (E%) de 5, o tamanho de amostra n\* foi calculado da seguinte forma:

$$n^{\circ} = \frac{t^2 \times V\%^2}{E\%^2}$$

Com o resultado obtido, foi determinado nova estatística t-student, e assim feitas iterações até chegar ao valor de n\* final. Os resultados dos valores de n\* obtidos para cada uma das variáveis estão reunidos na Tabela 2, abaixo.

		Nº Fuste	Área Basal (m <sup>2</sup> /ha)	Vol. (m <sup>3</sup> /ha)	DAP (cm)	h (m)	h dom (m)	DAP mq (cm)
	V%	13,22	19,36	37,34	16,07	23,56	26,52	10,32
	E%	5	5	5	5	5	5	5
1 <sup>a</sup>	t(0,95,n-1)	1,68	1,68	1,68	1,68	1,68	1,68	1,68
	n*	20	43	158	29	63	80	12
2 <sup>a</sup>	t(0,95,n-1)	1,73	1,68	1,65	1,70	1,67	1,66	1,80
	n*	21	42	153	30	62	78	14
3 <sup>a</sup>	t(0,95,n-1)	1,72	1,68	1,66	1,70	1,67	1,67	1,78
	n*	21	42	153	30	62	78	14

3. (1,0) Com base nas informações sobre os talhões, realize uma estratificação da floresta, definindo os estratos, os talhões a que pertence cada estrato e a área total de cada estrato.

Os talhões foram divididos em dois estratos. Duas informações determinaram essa decisão: 1) a floresta possui talhões em 1<sup>a</sup> e em 2<sup>a</sup> rotação; e 2) as idades dos talhões distinguem-se claramente entre esses dois grupos, isto é, entre aqueles (8 talhões) que estão em primeira rotação, cuja idade varia de 2,76 a 3,35 anos; e aqueles (6 talhões) em segunda rotação, cuja idade varia entre 5,85 e 6,23 anos. Devido à influência da idade, espera-se entre esses dois estratos definidos grande diferença na produção volumétrica de madeira.

Na Tabela 3, abaixo, pode-se observar a divisão dos talhões entre os dois estratos definidos e suas áreas totais, que são de **298,56 ha** e **244,82 ha**, respectivamente.

Talhão	Estrato	Idade	Área	Rotação	Espaçamento	Espécie	Manejo	Plantio
11	1	3,33	26,06	1	330X180	E. grandis	REFORMA	clonal
13	1	3,33	31,05	1	330X180	E. grandis x E. urophylla	REFORMA	clonal
26	1	3,35	27,87	1	330X180	E. grandis x E. urophylla	REFORMA	clonal
28	1	3,15	51,42	1	330X180	E. grandis x E. urophylla	REFORMA	clonal
29	1	3,11	80,09	1	330X180	E. grandis x E. urophylla	REFORMA	clonal
30	1	2,76	44,70	1	330x220	E. grandis	REFORMA	clonal
31	1	2,76	26,34	1	330x220	E. grandis	REFORMA	clonal
32	1	2,81	11,03	1	330x220	E. grandis	REFORMA	clonal
15	2	6,04	23,40	2	300x200	E. grandis	CONDUÇÃO	clonal
16	2	6,18	28,05	2	300x200	E. grandis	CONDUÇÃO	clonal
17	2	6,19	36,55	2	300x200	E. grandis	CONDUÇÃO	clonal
18	2	6,23	54,47	2	300x200	E. grandis	CONDUÇÃO	clonal
19	2	6,18	46,87	2	300x200	E. grandis	CONDUÇÃO	clonal
27	2	5,85	55,48	2	300x180	E. grandis	CONDUÇÃO	seminal
Área do Estrato 1			298,56					
Área do Estrato 2			244,82					
Total			543,38					

4. (1,0) Aplique a estratificação realizada no item anterior e encontre a estimativa da produção volumétrica de madeira (com respectivo erro amostral com 95% de confiança) segundo a amostragem estratificada.

A média da produção volumétrica de madeira foi de **236,35 m<sup>3</sup>/ha, com intervalo de confiança de 3,99%, ou seja, ±9,43 m<sup>3</sup>/ha**. Para o cálculo, foi adotado um tamanho de parcela de 0,5 hectare, sendo 21 parcelas no estrato I e 19 parcelas no estrato II.

Os valores de média amostral calculados no exercício 1 foram multiplicados pelo N de cada estrato para obter o volume total do estrato (tau) e a soma dos volumes dos dois estratos resultou no volume total na floresta. Dividindo-se tau da floresta por N da floresta, obteve-se um volume comercial médio na floresta de 236,35 m<sup>3</sup> por parcela.

A variância de cada estrato foi calculada dividindo a variância da amostra pelo tamanho da amostra e multiplicando por N<sup>2</sup>. A soma das variâncias dos estratos representa a variância da floresta. O tamanho efetivo de amostra pode, então, ser calculado da seguinte forma:

$$n_E = \frac{(\sum a \cdot S^2)^2}{\sum(a \cdot S^2)/(n-1)}$$

Para um tamanho efetivo de amostra ( $n_E$ ) de 30, a estatística t-student é 2,05. Sua multiplicação pela raiz quadrada da variância da média da floresta resulta em um intervalo de confiança (95%) de 11,94m<sup>3</sup>/ha, ou 3,99%. Os resultados dos cálculos encontram-se reunidos na tabela abaixo.

	Área	N	n	a	S <sup>2</sup>	μ	tau	var(tau)	a . S <sup>2</sup>	(a . S <sup>2</sup> )/n-1
Estrato I	298,56	597	21	16382	402,91	160,82	96031,20	6,84E+06	6,60E+06	2,18E+12
Estrato II	244,82	490	19	12129	1449,16	328,46	160826,98	1,83E+07	1,76E+07	1,72E+13
Floresta		1087				236,35	256858	2,51E+07	2,42E+07	1,93E+13
					Var da Média	21,27				
					nE	30				
					t-stat	2,05				
					Erro Amostral	9,43				
					Erro Amostral (%)	3,99				

5. (1,0) Compare os resultados de estimativa e de erro amostral da produção volumétrica da madeira segundo a amostragem aleatória simples (questão 1) e segundo a amostragem estratificada (questão 4.). Explique os resultados encontrados.

Os resultados obtidos para produção volumétrica pelo método da amostragem aleatória simples e pelo método da amostragem estratificada apontam para um resultado mais acurado através da estratificação, que permite reunir porções mais homogêneas da floresta em estratos para depois obter estatísticas relativas ao todo da floresta.

Essa melhoria dos resultados, advinda do processo de estratificação, pode ser observada no erro amostral de cada método. Pela amostragem simples, esse erro foi de 9,95%, enquanto pela amostragem estratificada, foi de 3,99%.

## Inventário Urbano do Bairro Jardins, Cidade de São Paulo

Considere as informações do inventário urbano do bairro Jardins.

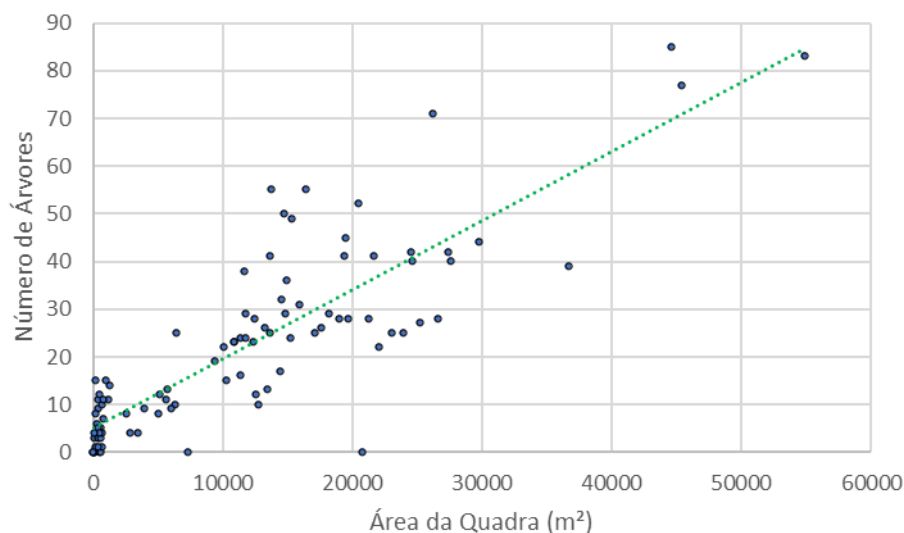
6. (1,0) Ignorando o tipo de quadra, encontre a estimativa do número total de árvores de vias públicas no bairro (com respectivo erro amostral com coeficiente confiança de 95%), segundo a amostragem aleatória simples.

Segundo a amostragem aleatória simples, o número total de árvores de vias públicas no bairro é de **8897,06**, com erro amostral de +/- **1334,56 árvores (15%)**. Para chegar a esse resultado basta que se encontre a variância da média, dividindo a variância encontrada na amostra (367,28) pelo tamanho amostral (98). Em seguida, para obter erro amostral, é necessário multiplicar a raiz quadrada desse resultado pela estatística t-student para coeficiente de confiança de 95% com amostra (n) de 98.

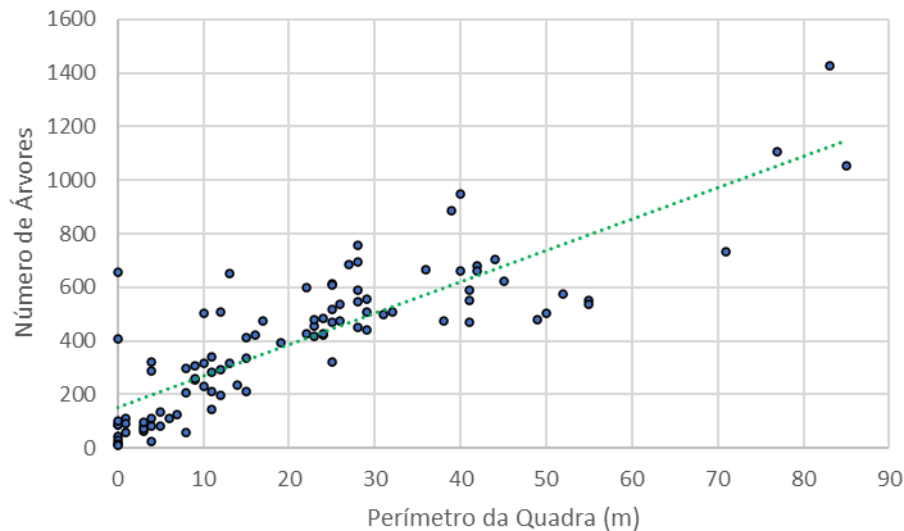
Por fim, a divisão do erro amostral (em termos absolutos) pela média amostral resulta em erro amostral de 15%. Para saber o que isso significa em uma população de 415 quadras, deve-se multiplicar tanto a média (21,44) quanto o erro amostral (15%) por 415, resultando em  $8897,06 \pm 1334,56$  árvores por quadra.

7. (1,0) Ignore novamente o tipo de quadra. Se você fosse utilizar uma medida auxiliar para estimar o número total de árvores de vias públicas no bairro, qual você utilizaria: a área da quadra ou o perímetro da quadra? Qual estimador você utilizaria? Justifique detalhadamente sua resposta.

Para a escolha da medida auxiliar e do estimador, foram os dois gráficos que se encontram abaixo. O primeiro apresenta uma correlação entre a variável de interesse (y = número de árvores) e área das quadras (x). O coeficiente de correlação ( $R^2$ ) nesse caso foi de 0,85.



A segundo apresenta correlação entre a variável de interesse e o perímetro das quadras. Nesse caso, o coeficiente de correlação ( $R^2$ ) foi de 0,84.



Devido ao maior coeficiente de correlação, optou-se pelo uso da área como variável auxiliar. Com relação ao estimador, seria possível dizer que neste caso é recomendável o uso do estimador de regressão, porque a reta da relação X-Y não passa exatamente sobre a origem. No entanto, o grau de dispersão dos valores de Y, especialmente com relação à área das quadras, parece aumentar conforme aumentam os valores de X.

Ademais, quando testados ambos os estimadores na questão 8, o estimador de razão foi aquele que resultou nos menores erros amostrais percentuais. Já na questão 9, com uso da amostragem estratificada, o estimador de regressão resultou em valores irreais para variância populacional.

Por todas os motivos descritos acima, optou-se por fazer uso do estimador de razão, utilizando a área das quadras como variável auxiliar para determinação do número de árvores no bairro.

8. (1,0) Aplique a variável auxiliar e o estimador segundo a sua resposta da questão anterior para obter a estimativa do número total de árvores de vias públicas no bairro, com respectivo erro amostral (coeficiente de confiança de 95%).

Utilizando a área das quadras como variável auxiliar, o número total de árvores de vias públicas no bairro foi calculado em **9889,32 com erro amostral de  $\pm 552,12$  árvores, ou 6%.**

É necessário, primeiro calcular o estimador de razão, que é obtido dividindo-se a média de y pela média de x na amostra.

A variância populacional foi calculada pela fórmula:  $S^2 = \sum(y_i - R \cdot x_i)/(n - 1)$

Já a variância do estimador de razão foi obtida dividindo-se a variância populacional ( $S^2$ ) pelo tamanho de amostra (n) e, em seguida, multiplicando pelo inverso da média amostral de x, ao quadrado, e pela correção para população finita, conforme descrito abaixo.

$$Var(R) = S^2/n \times (1/\mu_x)^2 \times (1 - n/N)$$

Finalmente a o erro padrão é resultado da estatística t-student (1,98) multiplicado pela raiz da variância do estimador de razão, que resulta em 6%. Para obter o total basta multiplicar o estimador de razão pelo tau(x). Assim, tem-se que o total de árvores no bairro é de  $9889,32 \pm 552,2$  árvores.

9. (1,0) Considere o tipo de quadra como estrato e encontre a estimativa do número total de árvores de vias públicas no bairro, com respectivo erro amostral (coeficiente de confiança de 95%), utilizando a variável auxiliar e o estimador como na questão 8, mas seguindo a amostragem estratificada.

Realizando procedimento semelhante ao do exercício quatro, para amostragem estratificada, o total de árvores no bairro é de **10828,46 ± 1096,82 árvores (10%)**.

Para tanto, a média de y e x na amostra foram multiplicadas pro N para obtenção de tau. As somatórias do total de árvores nos dois estratos foram então somadas e divididas por N da floresta para resultar no número médio de árvores por parcela na floresta.

A variância dos estratos foi calculada dividindo a variância da amostra pelo tamanho (n) da amostra e, em seguida, multiplicando por  $N^2$ . A soma das variâncias dos estratos representa a variância da floresta. O tamanho efetivo de amostra é:

$$n_E = \frac{(\sum a \cdot S^2)^2}{\sum(a \cdot S^2)/(n - 1)}$$

Para um  $n_E = 192$ , a estatística t-student é 1,97. Sua multiplicação pela raiz quadrada da variância da média da floresta resulta em um intervalo de confiança (95%)

de 1096,82 árvores por parcela, ou 10%. Os resultados dos cálculos encontram-se reunidos na tabela abaixo.

	Tamanho da População	Total Variável Auxiliar X	Tamanho da Amostra	Índice do Estrato	Variância Populacional	Total Variável de Interesse Y	Variância do Total
	N	tau_X	n	a	s^2_R	tau_Y_R	var(tau_Y_R)
Praça-Canteiro	140	161016,00	34	436,47	390,582	1.902	170.478
Quadra	275	5079953,00	64	906,64	153,016	8.926	138.731
Total do Bairro	415				tau_R =	10828,46	309.208
Média do Bairro					mu_R =	0,0021	0,000000
					n_e =	192	
					t =	1,97	
					E.A. (tau_R) =	1096,82 árvores	
					E.A. (mu_R) =	0,0002	
					E.A. % =	10 %	

#### 10. (1,0) Compare e explique os resultados obtidos nas questões 6, 8 e 9.

Neste caso, os resultados apontam para um ganho de acurácia das estimativas na ordem das questões 6, 9 e 8, que representam, respectivamente: a amostragem aleatória simples sem uso de variável auxiliar (erro amostral de 15%); a amostragem estratificada com uso de estimador de razão e área das quadras como variável auxiliar (erro amostral de 10%); e a amostragem aleatória simples com uso do estimador de razão valendo-se da área das quadras como variável auxiliar (erro amostral de 6%).

Esses resultados indicam que houve melhoria dos resultados com o uso do estimador de razão, indicando boa relação linear na amostra entre as variáveis número de árvores e área das quadras. Em contrapartida, o aumento do erro amostral com o uso da amostragem estratificada pode indicar que a simples discriminação entre quadras propriamente ditas e praças-canteiros como forma de determinação dos estratos pode não ser a melhor forma de estratificar essa amostra.