

Carolina Marcelino Soave

N° USP: 10319007

**FLORESTA DE EUCALIPTO**

1. (1,0) Considerando que a alocação das parcelas no campo segue a amostragem aleatória simples, para cada um dos atributos apresentados pelas parcelas de inventário, encontre a estimativa média com o respectivo erro amostral (coeficiente de confiança de 95%).

**Resposta**

Para encontrar a estimativa média com o respectivo erro amostral é necessário obter os valores da: média dos dados ( $\mu$ ); variância (Var); tamanho da amostra ( $n$ ); número de parcelas ( $N$ ); correção para população finita (Cor.); variância da média ( $\text{Var}(\mu)$ ); estatística ( $t$ ). Além disso, devemos levar em consideração outros valores e informações que possuímos, como:  $N = \text{Infinito}$ ;  $n = 40$ ;  $\text{Cor.}(1-n/N) = 1$ ;  $T(40 \text{ e } 95\%) = 2,023$ .

**Número de Fustes:**

|                                  |                |   |
|----------------------------------|----------------|---|
| Média                            | $\mu =$        | 1597,49   |
| Variância                        | $\sigma^2 =$   | 48965,5   |
| Número de parcelas               | $n =$          | 40  |
| Estimativa da variância da média | $V(\mu) =$     | $V(\mu) = \frac{\sigma^2}{n} = 1224,14$                             |
| Estatística T                    | $t_{(40-1)} =$ | 2,023   |
| Intervalo de conf. 95%           | $I =$          | $I = \sqrt{V(\mu)} * t_{(40-1)} = 70,7801$                          |
| Estimativa da média              | $\mu_e =$      | $\mu_e = \mu \pm I = 1597,49 \pm 70,7801 \text{ n. fustes ha}^{-1}$ |

**DAP Médio:**

|                                  |                |  |
|----------------------------------|----------------|--|
| Média                            | $\mu =$        | 15,7017  |
| Variância                        | $\sigma^2 =$   | 7,06392  |
| Número de parcelas               | $n =$          | 40   |
| Estimativa da variância da média | $V(\mu) =$     | $V(\mu) = \frac{\sigma^2}{n} = 0,1766$               |
| Estatística T                    | $t_{(40-1)} =$ | 2,023  |
| Intervalo de conf. 95%           | $I =$          | $I = \sqrt{V(\mu)} * t_{(40-1)} = 0,85014$           |
| Estimativa da média              | $\mu_e =$      | $\mu_e = \mu \pm I = 15,7017 \pm 0,85014 \text{ cm}$ |

### DAP Médio Quadrático:

|                                  |                |                                    |                         |
|----------------------------------|----------------|------------------------------------|-------------------------|
| Média                            | $\mu =$        | 12,6163                            |                         |
| Variância                        | $\sigma^2 =$   | 2,20618                            |                         |
| Número de parcelas               | $n =$          | 40                                 |                         |
| Estimativa da variância da média | $V(\mu) =$     | $V(\mu) = \frac{\sigma^2}{n} =$    | 0,05515                 |
| Estatística T                    | $t_{(40-1)} =$ | 2,023                              |                         |
| Intervalo de conf. 95%           | $I =$          | $I = \sqrt{V(\mu)} * t_{(40-1)} =$ | 0,4751                  |
| Estimativa da média              | $\mu e =$      | $\mu e = \mu \pm I =$              | 12,6163 $\pm$ 0,4751 cm |

### Área Basal

|                                  |                |                                    |   |
|----------------------------------|----------------|------------------------------------|---|
| Média                            | $\mu =$        | 24,2934                            |   |
| Variância                        | $\sigma^2 =$   | 20,4158                            |   |
| Número de parcelas               | $n =$          | 40                                 |   |
| Estimativa da variância da média | $V(\mu) =$     | $V(\mu) = \frac{\sigma^2}{n} =$    | 0,5104  |
| Estatística T                    | $t_{(40-1)} =$ | 2,023                              |   |
| Intervalo de conf. 95%           | $I =$          | $I = \sqrt{V(\mu)} * t_{(40-1)} =$ | 1,44527   |
| Estimativa da média              | $\mu e =$      | $\mu e = \mu \pm I =$              | 24,2934 $\pm$ 1,44527 m <sup>2</sup> ha <sup>-1</sup> |

### Altura Média

|                                  |                |                                    |                         |
|----------------------------------|----------------|------------------------------------|-------------------------|
| Média                            | $\mu =$        | 22,2398                            |                         |
| Variância                        | $\sigma^2 =$   | 28,6874                            |                         |
| Número de parcelas               | $n =$          | 40                                 |                         |
| Estimativa da variância da média | $V(\mu) =$     | $V(\mu) = \frac{\sigma^2}{n} =$    | 0,71719                 |
| Estatística T                    | $t_{(40-1)} =$ | 2,023                              |                         |
| Intervalo de conf. 95%           | $I =$          | $I = \sqrt{V(\mu)} * t_{(40-1)} =$ | 1,71321                 |
| Estimativa da média              | $\mu e =$      | $\mu e = \mu \pm I =$              | 22,2398 $\pm$ 1,71321 m |

## Volume

|                                  |                |                                    |  |
|----------------------------------|----------------|------------------------------------|--|
| Média                            | $\mu =$        | 234,77                             |  |
| Variância                        | $\sigma^2 =$   | 7584,83                            |  |
| Número de parcelas               | $n =$          | 40                                 |  |
| Estimativa da variância da média | $V(\mu) =$     | $V(\mu) = \frac{\sigma^2}{n} =$    | 189,621  |
| Estatística T                    | $t_{(40-1)} =$ | 2,023                              |  |
| Intervalo de conf. 95%           | $I =$          | $I = \sqrt{V(\mu)} * t_{(40-1)} =$ | 27,8573  |
| Estimativa da média              | $\mu e =$      | $\mu e = \mu \pm I =$              | 234,77 $\pm$ 27,8573 m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup> |

## Altura média das árvores dominantes

|                                  |                |                                    |                         |
|----------------------------------|----------------|------------------------------------|-------------------------|
| Média                            | $\mu =$        | 23,7634                            |                         |
| Variância                        | $\sigma^2 =$   | 40,8618                            |                         |
| Número de parcelas               | $n =$          | 40                                 |                         |
| Estimativa da variância da média | $V(\mu) =$     | $V(\mu) = \frac{\sigma^2}{n} =$    | 1,02154                 |
| Estatística T                    | $t_{(40-1)} =$ | 2,023                              |                         |
| Intervalo de conf. 95%           | $I =$          | $I = \sqrt{V(\mu)} * t_{(40-1)} =$ | 2,04468                 |
| Estimativa da média              | $\mu e =$      | $\mu e = \mu \pm I =$              | 23,7634 $\pm$ 2,04468 m |

2. (1,0) Encontre o tamanho de amostra para erro amostral de 5% (coeficiente de confiança de 95%) para o atributo da produção volumétrica de madeira.

## Resposta

Para obter o resultado deste cálculo precisamos do valor de V% (razão do desvio padrão com a média, multiplicado por 100).

$$V\% = V\% = \frac{\sigma}{\mu} * 100 = 37,09624547$$

Assim, podemos calcular o tamanho da amostra,  $n^*$ , levando em consideração o erro amostral aceitável de (E%) de 5:

$$n^* = n^* = \frac{t_{(40-1)}^2 * V\%^2}{E^2\%} = 225,2743111$$

Após obter esses dados realizamos a iteração para garantir que o valor é real, e realizamos até que o valor se estabilize. Dessa maneira obtemos o novo valor de t que é igual à 1,96. Realizando as contas chegamos no valor de  $n^* = 211,46$ , então o número de amostras corrigido é de 212.

Interação

| t     | n*          |
|-------|-------------|
| 2,023 | 225,2743111 |
| 1,96  | 211,4618597 |

3. (1,0) Com base nas informações sobre os talhões, realize uma estratificação da floresta, definindo os estratos, os talhões a que pertence cada estrato e a área total de cada estrato.

**Resposta**

A estratificação da floresta foi realizada através da rotação (1 e 2) e manejo (condução e reforma). Dessa maneira, obtemos: teremos:

Estrato A – Uma rotação em reforma, com 320,97 ha;

Estrato B – Duas rotações em condução com 244,82 ha;

Estrato A:

| Talhão     | Idade       | Área   | Rotação | Espaçamento | Espécie                   | Manejo  | Tipo.Plantio |
|------------|-------------|--------|---------|-------------|---------------------------|---------|--------------|
| 11         | 3,334246575 | 26,06  | 1       | 330X180     | E. grandis                | REFORMA | clonal       |
| 12         | 3,323287671 | 22,41  | 1       | 330X180     | E. grandis x E. urophylla | REFORMA | clonal       |
| 13         | 3,328767123 | 31,05  | 1       | 330X180     | E. grandis x E. urophylla | REFORMA | clonal       |
| 26         | 3,350684932 | 27,87  | 1       | 330X180     | E. grandis x E. urophylla | REFORMA | clonal       |
| 28         | 3,145205479 | 51,42  | 1       | 330X180     | E. grandis x E. urophylla | REFORMA | clonal       |
| 29         | 3,106849315 | 80,09  | 1       | 330X180     | E. grandis x E. urophylla | REFORMA | clonal       |
| 30         | 2,761643836 | 44,7   | 1       | 330x220     | E. grandis                | REFORMA | clonal       |
| 31         | 2,756164384 | 26,34  | 1       | 330x220     | E. grandis                | REFORMA | clonal       |
| 32         | 2,805479452 | 11,03  | 1       | 330x220     | E. grandis                | REFORMA | clonal       |
| Área Total |             | 320,97 |         |             |                           |         |              |

Estrato B:

| Talhão     | Idade       | Área   | Rotação | Espaçamento | Espécie    | Manejo   | Tipo.Plantio |
|------------|-------------|--------|---------|-------------|------------|----------|--------------|
| 15         | 6,04109589  | 23,4   | 2       | 300x200     | E. grandis | CONDUÇÃO | clonal       |
| 16         | 6,183561644 | 28,05  | 2       | 300x200     | E. grandis | CONDUÇÃO | clonal       |
| 17         | 6,18630137  | 36,55  | 2       | 300x200     | E. grandis | CONDUÇÃO | clonal       |
| 18         | 6,230136986 | 54,47  | 2       | 300x200     | E. grandis | CONDUÇÃO | clonal       |
| 19         | 6,178082192 | 46,87  | 2       | 300x200     | E. grandis | CONDUÇÃO | clonal       |
| 27         | 5,852054795 | 55,48  | 2       | 300x180     | E. grandis | CONDUÇÃO | seminal      |
| Área Total |             | 244,82 |         |             |            |          |              |

4. (1,0) Aplique a estratificação realizada no item anterior e encontre a estimativa da produção volumétrica de madeira (com respectivo erro amostral com 95% de confiança) segundo a amostragem estratificada.

## Resposta

A estimativa de produção volumétrica pôde ser obtida através da variância que encontramos de cada estrato, dessa maneira calculamos a média, variância, estimativa da variância da média, o total do estrato e sua variância.

### Estrato A:

|                                  |                 |   |
|----------------------------------|-----------------|---|
| Média                            | $\mu_a =$       | 161,377281                                    |
| Variância                        | $\sigma^2 =$    | 421,680627                                    |
| Área total                       | AA =            | 320,97  |
| Número de parcelas               | n =             | 18  |
| Estimativa da variância da média | $V(\mu_a) =$    | $V(\mu_a) = \frac{\sigma^2}{n} = 23,42670148$ |
| Total do estrato                 | $\tau_a =$      | $\tau_a = AA * \mu_a = 51797,2658$            |
| Variância do total               | $Var(\tau_a) =$ | $Var(\tau_a) = AA^2 * V(\mu_a) = 2413459,57$  |

### Estrato B:

|                                  |                 |   |
|----------------------------------|-----------------|---|
| Média                            | $\mu_b =$       | 324,47268                                     |
| Variância                        | $\sigma^2 =$    | 1388,94253                                    |
| Área total                       | AB =            | 244,82  |
| Número de parcelas               | n =             | 17  |
| Estimativa da variância da média | $V(\mu_b) =$    | $V(\mu_b) = \frac{\sigma^2}{n} = 81,70250176$ |
| Total do estrato                 | $\tau_b =$      | $\tau_b = AB * \mu_b = 79437,4015$            |
| Variância do total               | $Var(\tau_b) =$ | $Var(\tau_b) = AB^2 * V(\mu_b) = 4896989,15$  |

### Total da Floresta:

$$\tau_f = \tau(f) = \tau_a + \tau_b = 131234,6673$$

### Variância do Total da Floresta:

$$Var(\tau_f) = Var(\tau_f) = Var(\tau_a) + Var(\tau_b) = 7310448,724$$

### Estatística T:

$$t_{(40-1)} = 2,023$$

### Intervalo de Confiança:

$$I = I = \sqrt{Var(\tau_f)} * t_{(40-1)} = 5469,755333$$

### Estimador do Total:

$$\tau_{ef} = \tau_{ef} = \tau_f \pm I = 131234,6673 \pm 5469,755333 \quad m^3$$

Para se estimar o volume total da floresta, foram estimados e somados os volumes totais por estrato, e à esse valor foi colocado um erro, com base no intervalo de confiança de 95% e na variância do total, que resultou em 131235 mais ou menos 5470 m<sup>3</sup> de volume.

5. (1,0) Compare os resultados de estimativa e de erro amostral da produção volumétrica da madeira segundo a amostragem aleatória simples (questão 1) e segundo a amostragem estratificada (questão 4.). Explique os resultados encontrados.

### Resposta

Para se comparar ambas as amostragens, foi-se necessário estimar o total volumétrico usando a amostragem simples. Isso foi feito multiplicando-se a média e o intervalo de confiança, que estava em m<sup>3</sup> por hectare, pelo AT, que é a área total. Observando o valor das duas, pode-se perceber que os totais são valores próximos, no entanto, o intervalo de confiança varia muito, sendo que o da amostragem simples é aproximadamente 3 vezes maior do que o da amostragem estratificada. Então, pode-se concluir que a amostragem estratificada, para essa situação, gera resultados mais precisos em comparação à amostragem simples.

|                    |         |            |            |
|--------------------|---------|------------|------------|
| Área total         | AT =    | 565,79     |            |
| Amostragem simples |         | Área total | Totais     |
| Média              | 234,770 | * 565,79 = | 132830,637 |
| Intervalo de conf. | 27,857  | * 565,79 = | 15761,3749 |

|                    |             |
|--------------------|-------------|
| Amostragem estrat. |             |
| Total              | 131234,6673 |
| Intervalo de conf. | 5469,755333 |

|   |                       |         |
|---|-----------------------|---------|
| Comparação entre os intervalos de confiança |                       |         |
| Intervalo de conf. AS                       | = 15761,79/5469,755 = | 2,88155 |
| Intervalo de conf. AE                       |                       |         |

### INVENTÁRIO URBANO DO BAIRRO JARDINS, CIDADE DE SÃO PAULO

6. (1,0) Ignorando o tipo de quadra, encontre a estimativa do número total de árvores de vias públicas no bairro (com respectivo erro amostral com coeficiente confiança de 95%), segundo a amostragem aleatória simples.

### Resposta

Para se calcular o número total de árvores no bairro, foi-se primeiramente calculado a estimativa da média de árvores por quadra, a 95% de confiança. Depois, à essa estimativa multiplicou-se o número de quadras, que resultou

então na estimativa do número de árvores no bairro, que é de 9951 mais ou menos 1578 árvores.

|                              |              |         |
|------------------------------|--------------|---------|
| Média                        | $\mu =$      | 23,98   |
| Variância                    | $\sigma^2 =$ | 367,535 |
| Número de quadras amostradas | $n =$        | 100     |
| Número de quadras total      | $N =$        | 415     |

**Estimativa da variância da Média:**

$$V(\mu) = V(\mu) = \frac{\sigma^2}{n} = 3,67535$$

**Estatística T:**

$$t_{(100-1)} = 1,984$$

**Intervalo de Conf. 95%:**

$$I = \sqrt{V(\mu)} * t_{(100-1)} = 3,803566287$$

**Estimativa da Média:**

$$\mu e = \mu \pm I = 23,98 \pm 3,803566287$$

**Estimativa do Total:**

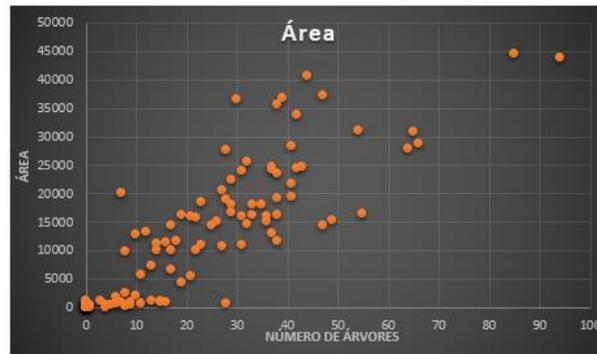
$$\tau = N * \mu e = 9951,7 \pm 1578,480009 \text{ árvores}$$

7. (1,0) Ignore novamente o tipo de quadra. Se você fosse utilizar uma medida auxiliar para estimar o número total de árvores de vias públicas no bairro, qual você utilizaria: a área da quadra ou o perímetro da quadra? Qual estimador você utilizaria? Justifique detalhadamente sua resposta.

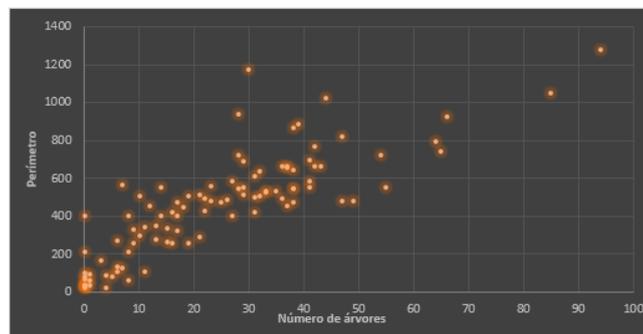
**Resposta**

Com base nos dados abaixo, a área seria escolhida como medida auxiliar, pois apresenta maior correlação com a variável de interesse, que é o número de árvores, ou seja, ao se utilizar a medida da área para se encontrar o número de árvores, se terá uma maior precisão. Seria mais adequado usar para essa situação o estimador de regressão, já que a reta de correlação entre as variáveis não passa pela origem, pois se tem o caso de haverem quadras com perímetro e área definidos em que não se tem nenhuma árvore.

Área: Correlação r = 0,84703



Perímetro: Correlação r = 0,84002



8. (1,0) Aplique a variável auxiliar e o estimador segundo a sua resposta da questão anterior para obter a estimativa do número total de árvores de vias públicas no bairro, com respectivo erro amostral (coeficiente de confiança de 95%).

### Resposta

Para se obter o número total de árvore no bairro, foi-se calculado o número total com base no estimador de regressão, obtido pelo cálculo do beta, um coeficiente. Após isso, aplicou-se a estatística necessária para um intervalo de confiança de 95%, chegando no seguinte valor total de árvores: 9597 mais ou menos 986.

|                              |            |             |
|------------------------------|------------|-------------|
| Média de x                   | $\mu_x =$  | 13251,94    |
| Média de y                   | $\mu_y =$  | 23,98       |
| Beta                         | $\beta =$  | 0,001375172 |
| Área total                   | $\tau_x =$ | 5240969     |
| Número de quadras total      | $N =$      | 415         |
| Número de quadras amostradas | $n =$      | 100         |

Número de árvores:

$$\tau_y = \tau_y = N * \mu_y + \beta(\tau_x - N\mu_x) = 9596,099636$$

Variância pop. de y:

$$\sigma^2 = 188,6470309$$

**Variância da média de y:**

$$\text{Var}(\mu_l) = \text{Var}(\mu_l) = \frac{\sigma_l^2}{n} * (1 - \frac{n}{N}) = 1,43189915$$

**Variância do total:**

$$\text{Var}(\tau_l) = \text{Var}(\tau_l) = N^2 * \text{Var}(\mu_l) = 246608,8311$$

**Estatística T:**

$$t_{(100-1)} = 1,984$$

**Intervalo de conf. 95%:**

$$I = I = \sqrt{\text{Var}(\tau_l)} * t_{(100-1)} = 985,2489489$$

**Estimativa do total:**

$$\tau_l = \tau_l = \tau_y \pm I = 9596,1 \pm 985,249 \quad \text{árvores}$$

9. (1,0) Considere o tipo de quadra como estrato e encontre a estimativa do número total de árvores de vias públicas no bairro, com respectivo erro amostral (coeficiente de confiança de 95%), utilizando a variável auxiliar e o estimador como na questão 8, mas seguindo a amostragem estratificada.

**Reposta**

|                               |  |
|-------------------------------|--|
| Estrato A - Praça canteiro    |  |
| Média de x                    | $\mu_{xA} = 2512,794118$   |
| Média de y                    | $\mu_{yA} = 4,705882353$   |
| Beta                          | $\beta_A = 0,001219966$  |
| Área A                        | $\tau_{xA} = 161016$   |
| Número de quadras total       | $N_A = 140$  |
| Número de quadras amostradas  | $n_A = 34$   |
| Número de árvores estrato A   | $\tau_{yA} = \tau_{yA} = N_A * \mu_{yA} + \beta_A(\tau_{xA} - N_A\mu_{xA}) = 426,0842922$                    |
| Variância pop. de y           | $\sigma^2_A = 6,812760926$   |
| Variância da média de y       | $\text{Var}(\mu_{lA}) = \text{Var}(\mu_{lA}) = \frac{\sigma^2_A}{n_A} * (1 - \frac{n_A}{N_A}) = 0,151712743$ |
| Variância do total            | $\text{Var}(\tau_{lA}) = \text{Var}(\tau_{lA}) = N_A^2 * \text{Var}(\mu_{lA}) = 2973,569769$                 |
| Estatística T                 | $t_{(34-1)} = 2,035$   |
| Intervalo de conf. 95%        | $I = I = \sqrt{\text{Var}(\tau_{lA})} * t_{(34-1)} = 110,9694619$  |
| Estimativa do total estrato A | $\tau_{lA} = \tau_{lA} = \tau_{yA} \pm I = 426,084 \pm 110,969 \quad \text{árvores}$                         |

|                               |  |             |
|-------------------------------|--|-------------|
| Estrato B - Quadra            |  |             |
| Média de x                    | $\mu_{xB} =$   | 18784,22727 |
| Média de y                    | $\mu_{yB} =$   | 33,90909091 |
| Beta                          | $\beta_B =$  | 0,001578703 |
| Área B                        | $\tau_{xB} =$  | 5079953     |
| Número de quadras total       | $N_B =$  | 275         |
| Número de quadras amostradas  | $n_B =$  | 66          |
| Número de árvores estrato B   | $\tau_{yB} = \tau_{yB} = N_B * \mu_{yB} + \beta_B(\tau_{xB} - N_B\mu_{xB}) =$      | 9189,690155 |
| Variância pop. de y           | $\sigma^2_B =$   | 138,8913399 |
| Variância da média de y       | $Var(\mu_{lB}) = Var(\mu_{lB}) = \frac{\sigma^2_B}{n_B} * (1 - \frac{n_B}{N_B}) =$ | 1,599354823 |
| Variância do total            | $Var(\tau_{lB}) = Var(\tau_{lB}) = N_B^2 * Var(\mu_{lB}) =$                        | 120951,2085 |
| Estatística T                 | $t_{(66-1)} =$   | 1,997       |
| Intevalo de conf. 95%         | $I = I = \sqrt{Var(\tau_{lB})} * t_{(66-1)} =$                                     | 694,5174642 |
| Estimativa do total estrato A | $\tau_{lB} = \tau_{lB} = \tau_{yB} \pm I = 9189,69 \pm 694,517$                    | árvores     |
| Bairro                        |  |             |
| Total do bairro               | $\tau_y = \tau_y = \tau_{yA} + \tau_{yB} =$  | 9615,77     |
| Variância do total do bairro  | $Var(\tau_{ly}) = Var(\tau_{ly}) = Var(\tau_{lA}) + Var(\tau_{lB}) =$              | 123925      |
| Estatística T                 | $t_{(100-1)} =$  | 1,984       |
| Intervalo de confiança        | $I = I = \sqrt{Var(\tau_{ly})} * t_{(100-1)} =$                                    | 698,427     |
| Estimador do total            | $\tau_{ey} = \tau_{ey} = \tau_y \pm I = 9615,77 \pm 698,427$                       | árvores     |

Através da aplicação da amostragem estratificada e do estimador de regressão, chegou-se num valor total de 9615 mais ou menos 698 árvores.

10. (1,0) Compare e explique os resultados obtidos nas questões 6, 8 e 9.

### Resposta

Através da tabela abaixo, pode-se comparar as estimativas, em que, na questão 6, foi utilizada a amostragem simples, na 8 amostragem simples com uso do estimador de regressão e na 9, amostragem estratificada com estimador de regressão. Pode-se perceber então que, o principal caso em que há maior variação de dados é na amostragem simples e, logo, entende-se que o estimador de regressão é o fator que mais afeta a precisão da estimativa, sendo mais relevante, nesse caso, do que o tipo de amostragem.

| Questão | Número de árv. | Intervalo |
|---------|----------------|-----------|
| 6       | 9951,7         | 1578,48   |
| 8       | 9596,099636    | 985,249   |
| 9       | 9615,774447    | 698,427   |