

**Exame 3 – 22/12/2021**

Helena Alves Quilici Coutinho (n° USP: 9898777)

## Questões

## FLORESTA DE EUCALIPTO

1. Considerando que a alocação das parcelas no campo segue a amostragem aleatória simples, para cada um dos atributos apresentados pelas parcelas de inventário, encontre a estimativa média com o respectivo erro amostral (coeficiente de confiança de 95%).

**RESPOSTA:** Como a amostragem foi inteiramente aleatória, a estimativa média de cada atributo foi obtida por meio da média aritmética dos valores das 40 parcelas amostradas. O erro amostral relativo de cada atributo foi obtido por meio da multiplicação do seu respectivo erro padrão da média pelo valor t da tabela de Student para 39 graus de liberdade e nível de significância de 5%, multiplicado por 100 e dividido pela média dos atributos (exemplo: (erro padrão da média da área basal\*t)\*100/média da área basal. O valor t da tabela encontrado foi 2,023. O erro padrão da média foi calculado a partir do desvio padrão de cada atributo dividido pela raiz quadrada do número de parcelas (exemplo:  $\sigma(\text{valores de área basal de cada parcela})/\text{raiz}(40)$ ). Os resultados estão apresentados na tabela a seguir.

Médias						
n.fuste	g	vol	dap.m	h.m	h.dom	dap.mq
1541	24,0	234,1	15,9	22,9	24,8	14,1

Erro padrão da média						
n.fuste	g	vol	dap.m	h.m	h.dom	dap.mq
34,31258	0,675463	13,22818	0,418648	0,905108	1,095137	0,227954

Erro de amostragem relativo						
n.fuste	g	vol	dap.m	h.m	h.dom	dap.mq
4,5	5,7	11,4	5,3	8,0	8,9	3,3

**2. Encontre o tamanho de amostra para o erro amostral de 5% (coeficiente de confiança de 95%) para o atributo da produção volumétrica de madeira.**

**RESPOSTA:** Para o atributo volume, o tamanho de amostra necessário para atingir um erro amostral de 5% (coeficiente de confiança de 95%) é de 197 parcelas. Para chegar nesse resultado, foi utilizada a fórmula para cálculo da intensidade amostral considerando uma população infinita, tendo em vista que pela ausência da área da parcela, não é possível definir se a amostra piloto representa uma população finita ou infinita. Dessa forma, a equação utilizada foi:

$$n = t^2(\alpha/2)CV^2/E\%^2$$

Onde:

n: intensidade amostral

t: valor t da tabela Student

CV: coeficiente de variação

E%: erro amostral desejado em %

O primeiro cálculo resultou em uma amostra de 210 parcelas. Contudo, foram feitas iterações substituindo o valor de t usado anteriormente (39 graus de liberdade) pelo valor considerando a intensidade amostral calculada ( $\infty$  graus de liberdade), até chegar no resultado de 197, quando o t permanece estável.

**3. Com base nas informações sobre os talhões, realize uma estratificação da floresta, definindo os estratos, os talhões a que pertencem cada estrato e a área total de cada estrato.**

**RESPOSTA:** A estratificação proposta foi feita com base na idade dos talhões, que consequentemente resultou em uma estratificação peça rotação também, tendo em vista que os talhões em primeira rotação tinham idades semelhantes entre si, assim como os que estão em segunda rotação. Dessa forma, os talhões foram divididos em dois estratos, como mostra na tabela abaixo:

- Estrato 1 na cor verde, com área total de 309,94 hectares
- Estrato 2 na cor laranja, com área total de 244,82 hectares

Talhão	Idade	Área	Rotação	Espaçamento	Espécie	Manejo	Plantio
11	3,334247	26,06	1	330X180	E. grandis	REFORMA	clonal
12	3,323288	22,41	1	330X180	E. grandis x E. urophylla	REFORMA	clonal
13	3,328767	31,05	1	330X180	E. grandis x E. urophylla	REFORMA	clonal
15	6,041096	23,4	2	300x200	E. grandis	CONDUÇÃO	clonal
16	6,183562	28,05	2	300x200	E. grandis	CONDUÇÃO	clonal
17	6,186301	36,55	2	300x200	E. grandis	CONDUÇÃO	clonal
18	6,230137	54,47	2	300x200	E. grandis	CONDUÇÃO	clonal
19	6,178082	46,87	2	300x200	E. grandis	CONDUÇÃO	clonal
26	3,350685	27,87	1	330X180	E. grandis x E. urophylla	REFORMA	clonal
27	5,852055	55,48	2	300x180	E. grandis	CONDUÇÃO	seminal
28	3,145205	51,42	1	330X180	E. grandis x E. urophylla	REFORMA	clonal
29	3,106849	80,09	1	330X180	E. grandis x E. urophylla	REFORMA	clonal
30	2,761644	44,7	1	330x220	E. grandis	REFORMA	clonal
31	2,756164	26,34	1	330x220	E. grandis	REFORMA	clonal

**4. Aplique a estratificação realizada no item anterior e encontre a estimativa da produção volumétrica de madeira (com respectivo erro amostral com 95% de confiança) segundo a amostragem estratificada.**

**RESPOSTA:** Aplicando a estratificação proposta no item anterior, a média de volume por estrato foi de 160,7 m<sup>3</sup>ha<sup>-1</sup> para o estrato 1 e 315,2 m<sup>3</sup>ha<sup>-1</sup> para o estrato 2. Considerando os respectivos pesos de cada estrato, a média geral da população foi de 228,9 m<sup>3</sup>ha<sup>-1</sup>, com erro de amostragem relativo de 4,15%. A variância da população também foi obtida por meio da média ponderada das variâncias de cada estrato considerando seus respectivos pesos. Daí em diante, os cálculos do erro padrão da média e erro amostral relativo foram iguais aos descritos no exercício 1.

**5. Compare os resultados de estimativa e de erro amostral da produção volumétrica da madeira segundo a amostragem aleatória simples (questão 1) e segundo a amostragem estratificada (questão 4). Explique os resultados encontrados.**

**RESPOSTA:** Sem a estratificação, a intensidade amostral necessária para chegar no erro de 5% foi muito alta (197 parcelas) por conta da heterogeneidade da floresta, que possui talhões de diferentes idades e rotações, fato que causa variabilidade muito alta do volume e conseqüentemente se faz necessário uma amostragem maior para captar essa variabilidade. Quando é feita a estratificação da floresta, a variabilidade diminui dentro de cada estrato e isso faz com que a intensidade amostral seja menor dentro de cada um, portanto, as 40 amostras da amostra piloto foram suficientes para atingir um erro menor que 5% na amostragem estratificada. Além disso, a estimativa da média na amostragem

inteiramente aleatória foi um pouco maior, pois nela não foi considerada que a área de talhões com 3 anos (volumes menores) é maior do que a área de talhões com 6 anos.

## INVENTÁRIO URBANO DO BAIRRO JARDINS, CIDADE DE SÃO PAULO

**6. Ignorando o tipo de quadra, encontre a estimativa do número total de árvores de vias públicas no bairro (com respectivo erro amostral com coeficiente confiança de 95%), segundo a amostragem aleatória simples.**

**RESPOSTA:** A estimativa do número total de árvores é realizada primeiro a partir do cálculo da estimativa da média de árvores por quadra e depois pela multiplicação do número de quadras total pelo valor encontrado (estimativa da média), resultando na estimativa do número de árvores do bairro. Para isso, foram feitos alguns cálculos: média aritmética do número de árvores, variância do número de árvores, estimativa da variância da média (divisão da variância pelo número de quadras amostradas, que no caso é 100), o intervalo de confiança 95% (raiz quadrada da variância da média multiplicado pela estatística t – valor da estatística  $t = 1,984$ ). De acordo com os dados do enunciado, o número total das quadras (praça canteiro + quadra) é igual a 415. Assim sendo, os valores encontrados foram:

<b>Média</b>	22,3
<b>Variância</b>	396,3130
<b>Estimativa da variância da média</b>	3,9631
<b>Intevalo de confiança 95%</b>	3,9497
<b>Estimativa da média</b>	22,3 +/- 3,94967
<b>Estimativa do total</b>	9254,5 +/- 1639,11338

O resultado encontrado foi de que a estimativa corresponde a 9254 + ou – 1639 árvores.

**7. Ignore novamente o tipo de quadra. Se você fosse utilizar uma medida auxiliar para estimar o número total de árvores de vias públicas no bairro, qual você utilizaria: a área da quadra ou o perímetro da quadra? Qual estimador você utilizaria? Justifique detalhadamente sua resposta.**

**RESPOSTA:** Acredito que para estimar o número total de árvores de vias públicas no bairro o ideal seria utilizar a área da quadra que corresponde melhor com o atributo

‘número de árvores’ do que o perímetro, gerando maior precisão dos cálculos, além de usar o estimador de regressão.

- 8. Aplique a variável auxiliar e o estimador segundo a sua resposta da questão anterior para obter a estimativa do número total de árvores de vias públicas no bairro, com respectivo erro amostral (coeficiente de confiança de 95%).**

**RESPOSTA:** Para o cálculo do número total de árvores a partir do estimador de regressão é preciso calcular o Beta (relação entre variáveis x e y). Primeiro é feita a média total da área (=12707,5). A média do número de árvores já havia sido calculada no exercício 6 (=22,3). Feito isso, foram realizados diversos cálculos, utilizando-se as seguintes fórmulas:

- Estimador de regressão (cálculo do Beta)

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu}_x) (y_i - \hat{\mu}_y)}{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu}_x)^2}$$

- Número total de árvores:  $N * \mu_y + \beta(\tau_x - N\mu_x)$
- Variância da população de y:
- Variância da média de y:  $Var(\mu_l) = \frac{\sigma_l^2}{n} * (1 - \frac{n}{N})$
- Variância do total:

$$Var(\hat{\tau}_L) = N^2 Var(\hat{\mu}_L) = \frac{\hat{\sigma}_L^2}{n} N(N - n)$$

- Intervalo de confiança 95%:  $\sqrt{Var(\tau_l)} * t(100 - 1)$
- Estimativa do total: número total de árvores +/- intervalo de confiança

OBS: Área total (dada no enunciado):  $161.016 + 5.079.953 = 5.240.969 \text{ m}^2$  (utilizada nos cálculos).

Os valores encontrados foram:

<b>Média de x</b>	12707,51
<b>Média de y</b>	22,3
<b>Beta</b>	0,0007
<b>Número de árvores total</b>	9230,6789
<b>Variância populacional de y</b>	0,0872
<b>Variância da média de y</b>	0,0007
<b>Variância do total</b>	113,9914
<b>Intervalo de confiança 95%</b>	21,1825
<b>Estimativa do total</b>	9230,67885 +/- 21,18252

O resultado encontrado foi de que a estimativa corresponde a 9231 + ou – 21 árvores.