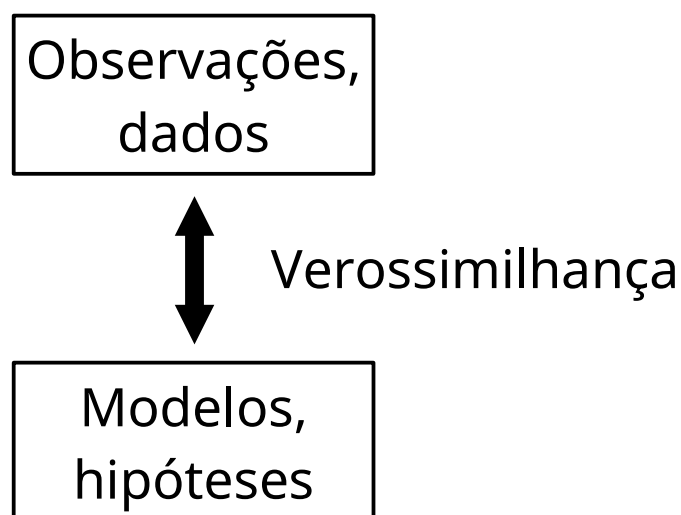


Conceitos

1. Verossimilhança
2. Força de evidência
3. Função de Verossimilhança
4. Função de Log-Verossimilhança Negativa
5. Relação entre verossimilhança e probabilidade

AULA 4: Função de Verossimilhança

Pra que serve Verossimilhança?



Pra que serve Verossimilhança?



Observação:

Amostra de votos em Joe Biden em urnas na eleição presidencial dos EUA, 2020.

Hipóteses

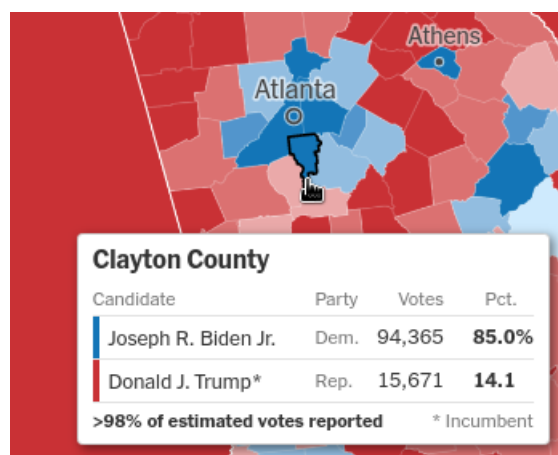
H_1 : A urna veio do condado de Clayton

H_2 : A urna veio do condado de Spalding

Problema:

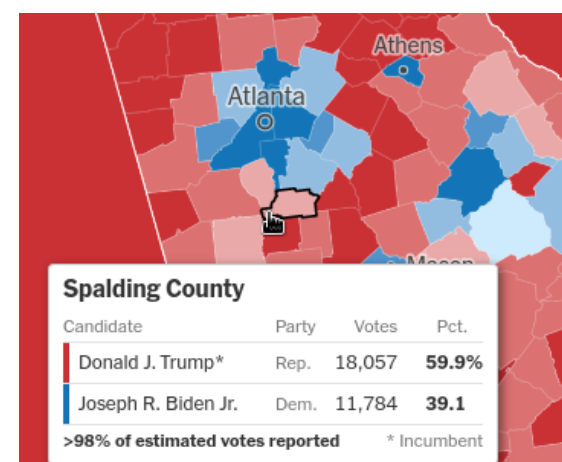
Identificar a hipótese mais plausível, **dada a observação.**

Hipóteses ou modelos estatísticos



Clayton County, GA: 85% dos votos para Joe Biden

Hipóteses ou modelos estatísticos



Spalding County, GA: 39% dos votos para Joe Biden

Qual a Força da Evidência?

- Uma cédula tomada ao acaso.
- O voto é para Joe Biden.

$$P(x=1|H_1)=0,85$$

$$P(x=1|H_2)=0,39$$

H_1 é $\frac{0,85}{0,39}=2,18$ vezes mais plausível que H_2

Lei da Verossimilhança (Um Enunciado Informal)

Dado que:

- Há mais de uma explicação para um conjunto de dados.
- Cada hipótese atribui uma probabilidade diferente aos dados.

Então:

A EXPLICAÇÃO MAIS PLAUSÍVEL SERÁ AQUELA QUE ATRIBUIR A MAIOR PROBABILIDADE AOS DADOS.

E para observações múltiplas?

- Duas cédulas tomadas ao acaso.
- Ambas são votos para Joe Biden.

$$P(x_1=1, x_2=1|H_1) = 0,85 \times 0,85 = 0,72$$

$$P(x_1=1, x_2=1|H_2) = 0,39 \times 0,39 = 0,15$$

H_1 é $\frac{0,72}{0,15} = 4,8$ vezes mais plausível que H_2

Função de Verossimilhança

Qualquer função proporcional ao produto das probabilidades que um modelo atribui a cada valor dos dados*

$$L \propto P(x_1|H) \times P(x_2|H) \times \dots \times P(x_n|H)$$

* Sob a premissa de que os dados são realizações independentes de um mesmo processo.

Função de Log-Verossimilhança

Logaritmo de uma função de verossimilhança, ou seja:

qualquer função proporcional à soma dos logaritmos das probabilidades que um modelo atribui a cada valor dos dados*

$$LL \propto \ln P(x_1|H) + \ln P(x_2|H) + \dots + \ln P(x_n|H)$$

* Sob a premissa de que os dados são realizações independentes de um mesmo processo.

RESUMINDO ...

SE:

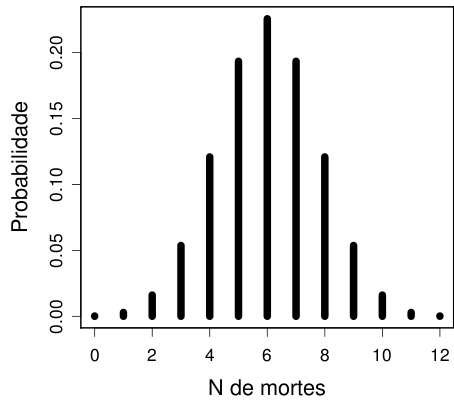
1. Temos dados que podem ser explicados por mais de uma hipótese, e
2. Cada hipótese é um modelo que atribui alguma probabilidade aos dados

ENTÃO:

Podemos expressar o quão plausível uma hipótese é em relação às outras por meio de uma função, chamada verossimilhança (ou pelo seu logaritmo, chamada função de log-verossimilhança)..

Exemplo: Distribuição Binomial

Binomial, N=12, p=0,5

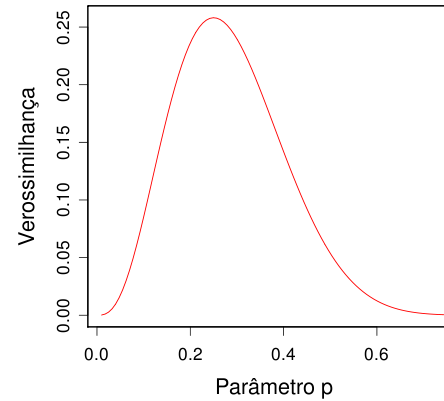


N = 12 cobaias
 p = morbidade = 0,5

$$f(x) = \frac{12!}{12!(12-x)!} 0,5^x (1-0,5)^{12-x}$$

Verossimilhança binomial

Binomial, N=12, x=3



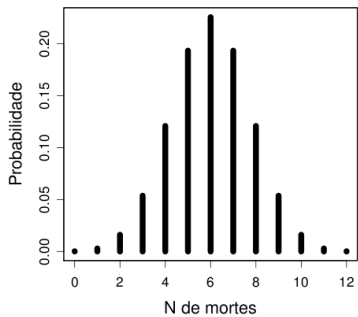
N = 12 cobaias
 x = 3 morreram

$$f(p) = \frac{12!}{12!(12-3)!} p^3 (1-p)^{12-3}$$

Probabilidade x Verossimilhança

PARÂMETROS FIXOS

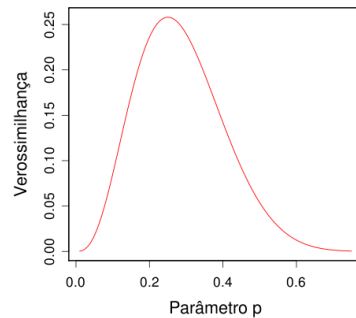
Binomial, N=12, p=0,5



- Funções de uma variável aleatória
- Parâmetros conhecidos
- Somam (ou integram) um
- Podem ser discretas ou contínuas

DADOS FIXOS

Binomial, N=12, x=3



- Funções dos parâmetros
- Dados conhecidos
- Não precisam ter integral um
- São contínuas

RESUMO

- Modelos estatísticos: descrevem a probabilidade de que sua variável assumira um certo valor.
- Os modelos diferem quanto aos seus parâmetros.
- Se temos dados mas não conhecemos os parâmetros a função de densidade torna-se uma função de verossimilhança.
- É mais conveniente usar a função de log-verossimilhança negativa.

Leituras

Verossimilhança e Máxima Verossimilhança 2009,
Batista, J.L.F.

Bolker, B. (2008). Ecological Models and Data in R.
Princeton, Princeton University Press. (cap.8)

The Concept of Likelihood 1992. In: Edwards, A.W.F.,
1992 Likelihood, cap.2, p.8-24. Baltimore: John
Hopkins University Press.

Hobbs, N.T. & Hilborn, R. (2006). Alternatives to
statistical hypothesis testing in ecology: A guide to
self-teaching. Ecological Applications: 16(1): 5-19.